HYPERSTEREOSCOPIE AVEC ACCROISSEMENT SIMULTANE DE LA BASE ET DE LA FOCALE

Au cours de la séance de projection en relief de photographies aériennes du 18-1-63 la question suivante m'a été posée, à laquelle je vais m'efforcer de répondre :

PROBLEME.- On prend une photographie hyperstéréoscopique d'un objet présentant du relief, dont le centre est à la distance D du photographe. Celui-ci utilise un appareil dont la base b est n fois plus grande que l'écartement e de ses yeux, et dont les 2 objectifs ont une focale n fois plus grande que celle du stéréoscope qu'il utilisera pour l'examen. Quelle impression aura-t-il dans ce stéréoscope ? N'aura-t-il pas le même résultat que s'il prenait une photographie stéréoscopique ordinaire, avec la base e, à la distance D/n ?

CONDITION PREALABLE.- Naturellement, pour qu'il y ait fusionnement binoculaire et reconstitution stéréoscopique, les rayons homologues pris 2 à 2 doivent se rencontrer dans l'espace (aux tolérances physiologiques près dans les parallaxes verticales résiduelles). Nous admettrons donc que les axes optiques des perspectives, tant à la prise de vue qu'à l'observation au stéréoscope, sont parallèles et normaux à la base.

Si l'objet n'est pas rigoureusement immobile, il faut aussi que les 2 photographies aient été prises simultanément.

Rappelons d'abord 2 cas classiques concernant les anamorphoses géométriques.

Nous appelons "anamorphose géométrique" d'un objet réel la figure virtuelle qui s'en déduit dans l'hypothèse où la reconstitution spatiale est exclusivement commandée par la direction des rayons lumineux que reçoivent les 2 yeux de l'observateur. Les rayons correspondant à un point réel M de l'objet convergent à la sortie des oculaires du stéréoscope vers un point image virtuel M'. L'ensemble de tous ces points M' définit un objet virtuel qui ne se confond avec l'objet réel que dans des conditions déterminées. Sinon l'objet virtuel est une "anamorphose géométrique" de l'objet réel. (Dans le cas de la projection en relief, la définition est analogue).

1er cas - La base de prise de vues b reste égale à l'écartement des yeux e tant dans l'appareil de prise de vues que dans la stéréoscope. La focale du stéréoscope est f, mais la focale de prise de vues est F = nf. (Ex : n = 3 e = 64 mm - stéréoscope de focale f = 40 mm. -La prise de vues se fait avec b = 64 mm et F = 3 x 40 120 mm. L'examen se fait avec e = b = 64 mm f = 40 mm).

Résultat - Un point M situé à la distance D donne une anamorphose géométrique, M' - MM' est normale à la base et la distance de M' à la base = D/n.

Cette règle se démontre facilement par des relations de triangles semblables dans l'examen de la figure ci-après. (figure 1)

Cette figure est une projection de la figure de l'espace sur le plan contenant la base et les 2 axes de prise de vues O1 y1 O2 y2 Dans le cas général M n'est pas dans ce plan et la droite MM'A est normale au plan contenant O1 O2 et perpendiculaire au plan de figure (MM'A est parallèle aux axes de prise de vues). P1 et p2 sont:les deux centres de perspective et ml m2 sont les images de M à la prise de vues. (m1 m2 est parallèle à p1 p2).

Pour simplifier la figure, p1 m1 et p2 m2, placés entre O1O2 et M, correspondent aux tirages positifs des clichés négatifs, après rotation de 180° autour des axes O1 y1 O2 y2, et à un stéréogramme correctement monté pour examen à la distance F. L'examen s'effectuant dans un stéréoscope de focale f, le stéréogramme est donc placé, par rapport aux oculaires de ce dernier, dans la position p'1 m'1 p'2 m'2, p'1 et p'2 restant sur les axes optiques des oculaires. O1 m'1 et O2 m'2 se coupent en un point M', et l'on voit aisément que si M A = D M' est sur M A, avec M'A = D/n

En appliquant ce résultat à un ensemble de plans de front, formant par ex. un parallélépipède GH S T (fig.2), l'anamorphose géométrique sera un autre parallélépipède G' H' S' T' défini comme suit :

1°) toutes les droites GG' HH' SS' TT' sont parallèles aux axes de prise de vues et d'observation ;

2°) G'H' = GH	S'T' = ST ;
3°) G'I = GI/n	S'I=SI/N	etc...

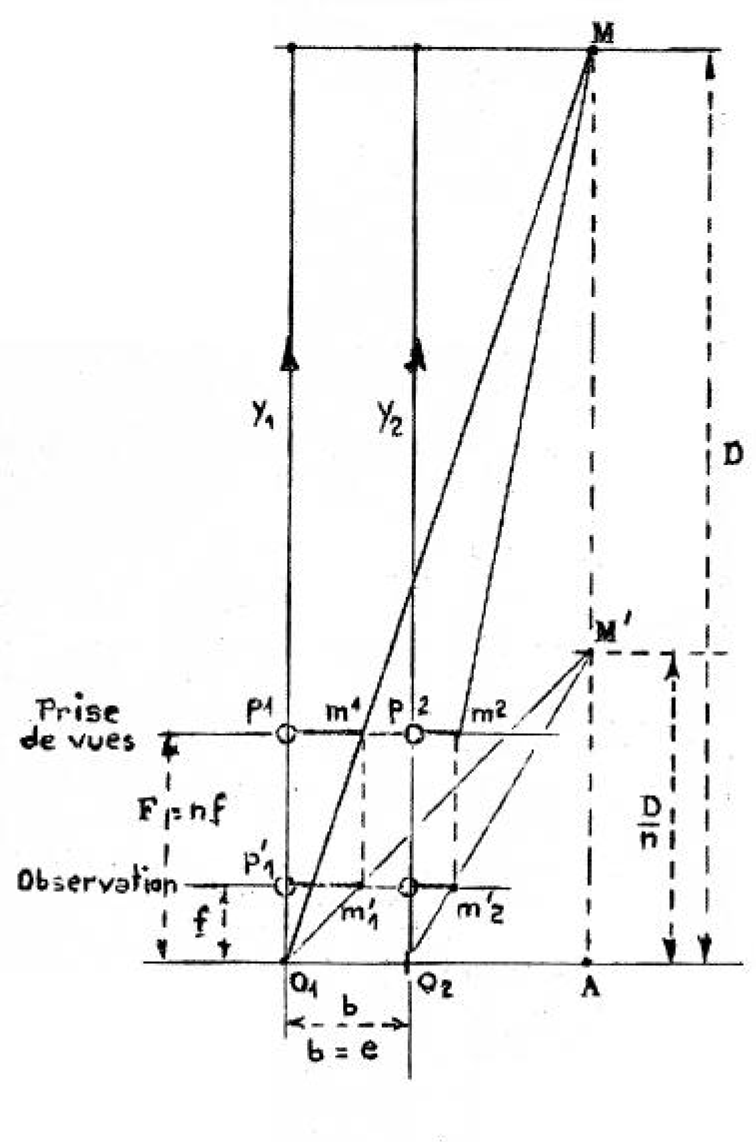

FIGURE 1

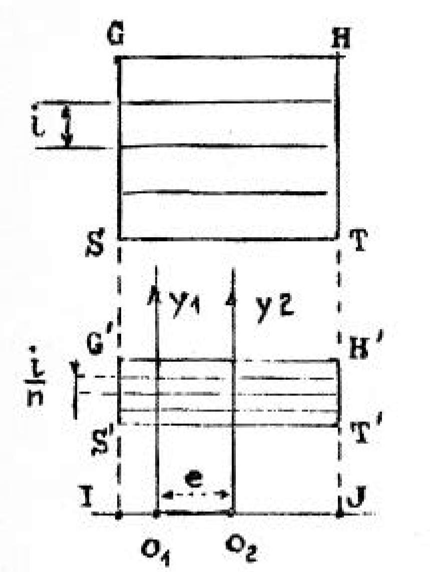

FIGURE 2
n = 3

Dans l'exemple précédent n = 3.
L'anamorphose géométrique de l'objet est donc un objet qui a simplement subi une compression au coefficient n dans le sens des axes de prise de vues.
Dans l'exemple choisi la compression se fait au coefficient 3. Si l'objet est divisé régulièrement par des plans de front à l'intervalle i dans l'anamorphose on a également une division régulière par des plans de front à l'intervalle i/n (ici i/3).
Cette impression de rapprochement avec compression est d'ailleurs celle que nous avons dans une jumelle de Galilée (où l'écartement des objectifs est la même que celui des oculaires) de grossissement n.

Naturellement, la même loi s'applique dans le cas (le plus fréquent dans la pratique) où f est plus grand que F et où n est plus petit que 1. On observe alors un éloignement avec étirement en profondeur.
L'absence de toute déformation correspond à n = 1 c'est la règle fondamentale du stéréoscopiste
f = F b = e).

2ème cas - La base de prise de vues b est K fois plus grande que l'écartement des yeux e de l'observateur. La focale de prise de vues f est la même que celle du stéréoscope. (Ex. K = 3 ; e = 64 mm ; B = 3 x 64 = 192 mm ; f = 40 mm).

La figure ci-dessous définit l'anamorphose. La prise de vues se fait de O1 et O2 (axes O1 y1 et O2 y2) O1O2 = b = K e (ici = 192 mm). (figure 3)

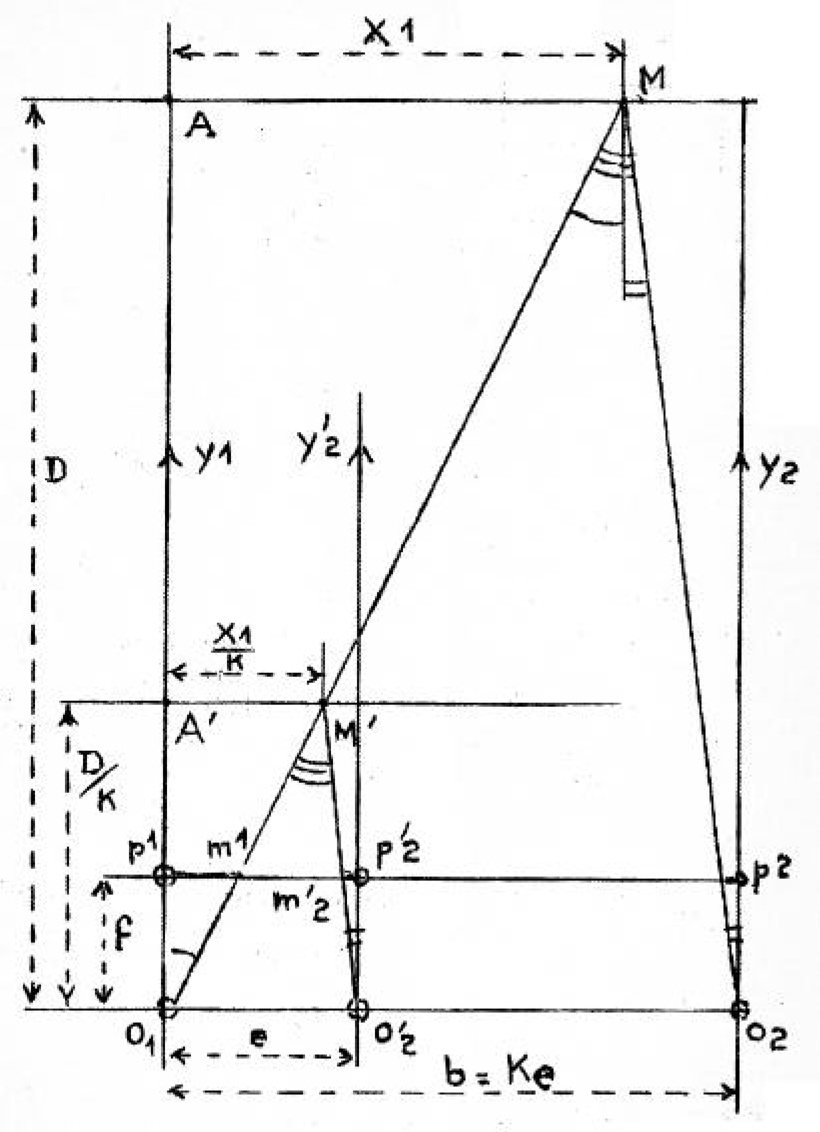

FIGURE 3

Un point quelconque de l'espace à l'éloignement D du plan contenant O1 O2 et normal aux axes O1 y1 O2 y2 donne pour images m1 et m2 (m1 m2 est parallèle à O1 O2).

Pour l'observation, supposons pour la clarté de la figure que le centre optique de l'oculaire de gauche vienne en O1, avec même axe optique O1 y1 - L'autre oculaire a son centre optique en O'2 et son axe en O'2 y'2 O1 O'2 = e. Le stéréogramme correctement monté a ses deux points principaux en p1 p'2 (alors qu'à la prise de vues les points principaux étaient p1 p2). Les rayons O1 m1 et O'2 m'2 se coupent en M', qui est l'anamorphose de M. On voit facilement sur la figure que A'M' = AM/K et O1A' = D/K

Résultat - Si les coordonnées de M par rapport au trièdre trirectangle défini par O1 O’2 O2 O1 y1 et la normale à ces 2 axes en O1 sont D X1 et Y1, les coordonnées de M’ par rapport aux mêmes axes sont D/K X1/K Y1/K
En généralisant à un objet formé par un ensemble de points, son anamorphose est un objet homothétique du premier dans le rapport K et dont le centre d’homothétie est O1.
En reprenant le croquis de la figure 3 dans lequel on avait n = 3, l’anamorphose du parallélépipède GHST pour K = 3, sera G’H’S’T’, parallélépipède homothétique du précédent dans le rapport 3, avec O1 pour centre d’homothétie. L’anamorphose donnée par la figure 4 correspond à une réduction de toutes les dimensions dans le rapport 3 et à un rapprochement de tous les points dans le même rapport.

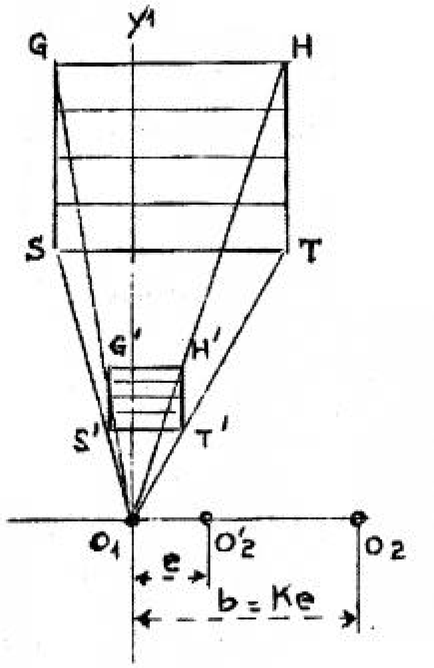

FIGURE 4
K = 3

Anamorphose géométrique dans le cas du problème posé au début
C’est la combinaison des 2 cas précédents, avec cette particularité que l’on a K = n (par ex. K = n = 5)
L’accroissement de la base B = 5e (en utilisant p. ex. une focale de 200 mm et B = 5 ? 64 = 320 mm) donne dans un stéréoscope de focale 200 mm et d’écartement e, une anamorphose géométrique qui sera une réduction homothétique du parallélépipède GHST dans le rapport 5, soit G’H’S’T’ ; les largeurs L = GH sont réduites 5 fois ;G’H’ = GH/5 ;G’S’ = GS/5.
Si on utilise un stéréoscope de focale 200/5 = 40, en gardant l’écartement e, l’anamorphose géométrique finale G’’H’’S’’T’’ sera une compression de G’H’S’T’ dans le rapport 5.
G’’H’’ = G’H’ = GH/5 ;
G’’S’’ = G’S’/5 = GS/5.
Résultat - Les dimensions de l’objet seront réduites n fois dans le sens de la largeur et tous les éloignements seront divisés par n^2.

ANAMORPHOSES PSYCHIQUES
En fait les anamorphoses géométriques restent théoriques. Elles ne sont admises par le cerveau que dans la mesure où elles ne heurtent pas profondément sa connaissance du monde extérieur, qu’il a acquise par une longue expérience.

Une modification souvent profonde de l'anamorphose géométrique est rendue possible par le fait que nous ne percevons à peu près pas la *convergence* des rayons homologues, mais que nous percevons seulement les *écarts angulaires* entre les points d'un objet. P.ex. dans la figure 3, l'œil gauche enregistre l'angle p1 O1 m1 entre un point A à l'infini dans la direction O1 y1 et le point M ; l'œil droit enregistre l'angle p'2 O'2 m'2 (= p2 O2 m2) entre le même point A à l'infini et le même point M.
Notre cerveau note (instinctivement) la différence algébrique entre ces 2 angles, qui est la *différence de parallaxe stéréoscopique entre l'infini et le Point M*, mais il ignore la valeur de l'angle O1 M' O'2 et par conséquent il ne reconstitue pas M' par la considération de cet angle (qui est la convergence des lignes de fixation). Mentalement, et instinctivement, nous avons la possibilité (entre certaines limites) de donner une rotation aux 2 angles p1 O1 m1 et p'2 O'2 m'2 autour d'axes passant O1 et O'2 normaux au plan défini par O1 y1 et O'2 y'2 en modifiant par conséquent la position de M' et l'angle de convergence O1 M' O'2.
Dans la figure 3, les 2 angles p1 O1 m1 et p'2 O'2 m'2 ont des signes contraires de telle sorte que leur différence algébrique (qui constitue la différence de parallaxe stéréoscopique entre un point à l'infini et le point M, à l'éloignement D) est égale à leur somme arithmétique.
Lors de la prise de vues, la différence de parallaxe stéréoscopique (soit p1 O1 m1 + p'2 O'2 m'2) était d'ailleurs égale à l'angle de convergence O1 M O2 mais il n'en sera plus de même dans l'anamorphose psychique ; dans cette dernière nous choisissons l'éloignement de M' de façon arbitraire ; comme les différences de parallaxes stéréoscopiques sont obligatoirement conservées, l'anamorphose psychique pourra différer profondément de l'anamorphose géométrique, et elle variera elle-même selon le choix que nous ferons de l'éloignement de M'.
Nous ne saurions trop insister sur le fait que *la reconstitution spatiale en stéréoscopie est une opération mentale*. Il en résulte que des observateurs différents peuvent ne pas donner la même reconstitution spatiale d'un stéréogramme déterminé, observé dans des conditions déterminées, lorsque l'anamorphose géométrique contredit l'opinion qu'ils se font a priori des dimensions et des formes des objets qu'ils reconstituent. Il en résulte aussi qu'avec l'accoutumance à l'examen d'anamorphoses différant profondément des objets réels, les observateurs cessent d'être choqués par les aspects insolites qu'ils présentent, concentrant leur attention sur tous les détails et toutes les petites différences de relief qui constituent à la fois le charme et l'intérêt de l'examen stéréoscopique.
La considération (instinctive) qui guide en général notre choix pour l'éloignement de M' dans l'anamorphose psychique est surtout *la connaissance des dimensions latérales vraies d'un objet placé en M et le désir de ne pas les modifier profondément*.
Par exemple, nous photographions en M un homme debout, que nous connaissons, et dont nous évaluons la hauteur à 1,70 m (ou nous photographions un paysage dont le motif central est une maison dont nous connaissons à peu près la hauteur, les dimensions de ses portes et fenêtres, celles de la végétation qui l'environne, etc...).
Ce sont ces dimensions que nous cherchons à retrouver en M'[1].
Dans le *cas n° 1* étudié plus haut, les dimensions latérales ne sont pas altérées dans l'anamorphose géométrique.
L'anamorphose psychique s'accorde donc facilement avec elle. Nous reconnaissons que l'objet est vu n fois plus près, avec un aplatissement dans le rapport n qui n'est pas sans nous choquer au début, puis auquel nous finissons par nous accoutumer (p. ex. dans l'usage constant d'une jumelle de Galilée au théâtre).
Mais dans le *cas n° 2*, nous nous refusons en général à reconstituer un objet en réduction; nous n'admettons pas de substituer à l'homme de 1 m,70 une poupée de hauteur 1,70 m/K. Nous allons donc

[1] Dans le cas de l'examen des photographies aériennes prises avec une forte hyperstéréoscopie, on cherche à reconstituer un plan en relief du terrain réel, à échelle très réduite.

reconstituer mentalement le point M' au même éloignement D que M, motif central de l'objet, de façon à conserver les dimensions latérales à l'éloignement D.

Quelles seront, dans ces conditions, les dimensions dans tous les sens (profondeur et largeur) des environs de M dans cette reconstitution psychique ?

On les obtient en partant du fait que si l'éloignement admis pour M' est assez arbitraire, par contre les écarts angulaires et les différences de parallaxes stéréoscopiques entre M et tous les autres points du sujet sont intégralement conservés.

Dans le cas n° 2, nous obtiendrons donc un objet reconstitué superposé à l'objet réel dans le plan de front du point M, mais il y aura étirement de l'objet reconstitué dans le sens profondeur, selon une loi qui n'est plus très simple, et les dimensions latérales seront également altérées dans les plans de front plus proches et plus éloignés que celui contenant M.

Calcul des anamorphoses psychiques

On peut faire assez facilement la calcul de l'anamorphose psychique en appliquant les relations ci-après, dont nous ne donnons pas la démonstration, mais qui sont faciles à établir.

Nous partons des conditions de prise de vues - base b - focale de prise de vues F - Nous prenons comme motif central un plan de front à l'éloignement D, et dans ce plan un objet (1) de dimensions latérales L.

Dans un autre plan de front à l'éloignement D' (plus grand au plus petit que D), nous considérons un objet (2), de mêmes dimensions latérales L que le premier.

Sur le stéréogramme initial, monté à l'entraxe b,

l'image de l'objet (1) a pour dimensions $l = L\ F/D$

l'image de l'objet (2) a pour' dimensions $l' = L\ F/D'$

La différence de parallaxe stéréoscopique linéaire dl entre un point quelconque du plan de front d'éloignement D et un point quelconque du plan de front d'éloignement D' est donnée par

$dl = F\ (b/D - b/D')$

soi t $dl = F\ b\ (D' - D)/DD'$

dl est positif si D' est plus grand que D, négatif dans le cas contraire.

Passons maintenant aux conditions d'observation et de reconstitution psychique.

Le stéréogramme est monté à l'écartement e des points principaux. La focale du stéréoscope est f, l'écart des oculaires est e. Les longueurs l, l' et dl calculées ci-dessus sont inchangées.

Pour reconstituer mentalement l'objet (1) à une distance Do telle que ses dimensions apparentes en largeur soit L il faudra avoir la relation $L/l = Do/f$

$Do = L\ f/l = 1\ D/F\ f/l \quad Do = D\ f/F$

L'objet (2) sera alors reconstitué une distance Do telle que $dl = f\ e\ (D'o - Do)/Do\ D'o$

d'où l'on tire $D'o = Do\ fe/(fe - dl\ Do)$

Les dimensions apparentes en largeur dans le plan de front à la distance D'o sont données par

$L'/\ D'o = l'/f \qquad L' = D'o\ l'/f$

Solution du problème initial

Si l'on revient maintenant au problème initial, énoncé au début de la présente note, en tenant compte des explications qui précèdent, on arrive aux conclusions suivantes qui s'établissent par des formules différentielles. Nous ne donnerons pas cette discussion mathématique, qui pourrait rebuter beaucoup de lecteurs, mais nous ferons des calculs numériques, en utilisant les formules du paragraphe précédent, pour montrer le bien-fondé de ces conclusions :

1°) Aux environs immédiats du sujet principal considéré, qui était à l'éloignement D, la reconstitution psychique donne les mêmes impressions que si l'on avait pris une photographie stéréoscopique avec la base habituelle e à une distance Do = D/n (c'est-à-dire on y reconstitue l'objet réel). n

2°) Mais pour tous les plans de front qui sont à un éloignement plus grand ou plus petit que D, il se produit une déformation progressive, tant en largeur qu'en profondeur, de l'objet réel. Il y a étirement en profondeur, croissant rapidement pour les plans plus éloignés, .avec augmentation des dimensions latérales.

Il y a compression progressive en profondeur pour les plans de front plus rapprochés, avec réduction des dimensions latérales.
Application numérique.- Prenons D = 10 mètres L = 2 m. et considérons des objets de mêmes dimensions latérales 2 m
aux éloignements D’ de 10,2 mètres 10,5 11 12 m. puis
aux éloignements D’ de 9,8 9,5 9 8 mètres
Admettons a = 64 mm n = 5 f (stéréoscope) = 40 mm
Donc pour la prise de vues b= 5 x 64 = 320 mm et F = 5 x 40 = 200 mm.
Des relations l = L F/D et l’ = L F/D’, on tire le premier tableau suivant :

D’	l’
12 m	33,333 mm
11 m	36,366
10,5	38,095
10,2	39,215
D=10	L=40,000
9,8	40,816
9,5	42,105
9	44,444
8 m	50,00

(l = (2000/10 000) x 200 = 40 mm
(
(l’ = (2000 x 200)/D’

D’autre part on a Do = D f/F Do = 10 000 40/200
Do = 2000 mm = 2 mètres
La relation D’o = Do fe/(fe – dl Do) est ici
D’o = 2000 (40 x 64)/(40 x 64 x 2000 dl) (en mm)
Elle se simplifie en devenant, D’o = 2,56/(1,28 –dl) (en mètres) à condition d’exprimer dl en mm.
Le calcul de dl se fait en partant de dl = F b (D’ – D)/DD’
soit ici dl $_{mm}$ = 200 . x 0,32 (D’ – 10)/10 D’ (D’ étant en mètres)
On obtient alors le tableau ci-après.

D' m	dl mm	D'$_o$ m	D'-D m	D'$_o$ - D$_o$ m	L' = D'$_o$ $\frac{l'}{40}$	L' - L (L' - 2 m)
12 m	+ 1,066	11,96	2,00	+ 9,96	9,96 m	+ 7,96 m
11	+ 0,582	3,66	1,00	+ 1,66	3,33 m	+ 1,33 m
10,5	+ 0,305	2,62	0,50	+ 0,62	2,50	+ 0,50
10,2	+ 0,125	2,21	0,20	+ 0,21	2,16	+ 0,16
D = 10	0 origine	D$_o$ = 2,00	0 orig.	0 origine	L = 2,00	0 orig.
9,8	– 0,130	1,815	– 0,20	– 0,185	1,85	– 0,15
9,5	– 0,338	1,58	– 0,50	– 0,42	1,66	– 0,33
9	– 0,711	1,285	– 1,00	– 0,715	1,42	– 0,58
8 m	– 1,600	0,888	– 2,00	– 1,112	1,11	– 0,89

a) La comparaison des colonnes D’-D et D’o-Do donne 1es différences entre l’objet réel et son anamorphose psychique dans le sens de l’éloignement.
b) L’examen de la colonne donnant L’-2 m renseigne sur les différences entre l’objet réel et son anamorphose psychique dans le sens latéral.
On constate bien que l’anamorphose ne coïncide convenablement avec l’objet réel que pour des valeurs faibles de D’-D (+-0 m,20, à la rigueur +- 0 m,50 dans l’exemple choisi) mais qu’elle s’en écarte progressivement lorsque. D’-D est important. Les chiffres du tableau permettent d’ailleurs de tracer le dessin de l’objet réel et de son anamorphose. Ce résultat ne saurait nous surprendre et il était évident a priori. Si l’on considère un objet étendu en profondeur, la perspective de l’ensemble varie de forme et de grandeur selon la position du centre de perspective; en reculant le point de vue et en agrandissant la nouvelle perspective obtenue, il est impossible de reconstituer la perspective qu’on avait en s’approchant. En stéréoscopie le résultat est analogue. On peut trouver une combinaison qui soit satisfaisante pour une zone de l’objet très étroite dans le sens profondeur, mais cette combinaison ne convient plus pour les autres zones de l’espace. On l’aura donc avantage à l’utiliser que si l’objet réel présente un relief relatif faible par rapport à son éloignement.

Général HURAULT

Note de la réédition de 2006 :

On s’est permis pour des raisons de lisibilité de modifier quelque peu la graphie des formules parues dans le Bulletin 472 et l’on a rétabli dabs le texte les erratas et précisions publiés dans le Bulletin 474, page 4.